固体地球物理学概論 2024 年度第 01 回 宿題　　(提出: 次回の講義開始時)

学生証番号 ____________________　　氏名 ________________________

地球が質量 M_e、半径 R_a の完全な球であるとして、以下の問に答えよ。

1. 地球の平均密度 ρ_e を、M_e と R_a 使って表わせ。ただし円周率は π とせよ。

[答]

題意より

$$M_e = \rho_e \times \frac{4}{3}\pi {R_a}^3$$

という関係式が成り立つ。これを変形すると以下を得る。

$$\rho_e = \frac{3}{4}\frac{M_e}{\pi {R_a}^3}$$

2. 地球の内部の密度が ρ_e で一定であると仮定した場合、地球の中心から距離 r だけ離れた点にある質量 m の物体にはたらく万有引力 $F(r)$ はどのように表わされるか。r を横軸に、$F(r)$ を縦軸にとったグラフの概形を描け。ただし r として、地球の中心 $(r = 0)$ から地球の半径の 3 倍の距離 $(r = 3R_a)$ までの範囲を図示すること。

[答]

$r \geq R_a$ の場合と $r < R_a$ の場合との 2 通りに分けて考える。

(a) $r \geq R_a$ の場合は、(7.43) 式より

$$F(r) = G\frac{M_e m}{r^2} = \frac{4}{3}\pi\rho_e Gm\frac{{R_a}^3}{r^2}$$

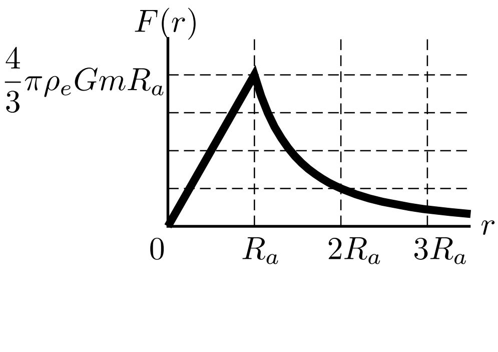
(b) $r < R_a$ の場合を考える前に、地球の中心から半径 r の球の質量 M_r を求めておく。地球の内部の密度が ρ_e で一定という仮定により、

$$M_r = \rho_e \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

とかける。これを式 (7.42) に代入すると

$$F(r) = G\frac{m}{r^2} \times \rho_e\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\rho_e Gmr$$

これら 2 つを合わせてグラフの概形を描くと、図 7.5 のようになる。即ち



(a) 地球の表面より外側 $(r \geq R_a)$ では $F(r)$ は r^2 に反比例して小さくなり、

(b) 地球の内側 $(r < R_a)$ では $F(r)$ は r に比例して大きくなる。